

С.І. Чеберячко, О.О. Яворська, Ю.І. Чеберячко

## ТЕОРЕТИЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ РУХУ ПОВІТРЯ ЧЕРЕЗ ФІЛЬТРУВАЛЬНИЙ ЕЛЕМЕНТ ТРАНСПОРТУ

*Досліджено проходження ламінарного повітряного потоку через фільтрувальний елемент респіратор та отримано рівняння руху повітря через нього під час дихання.*

### ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ВОЗДУХА ЧЕРЕЗ ФИЛЬТРУЮЩИЙ ЭЛЕМЕНТ ТРАНСПОРТА

*Исследовано прохождение ламинарного воздушного потока через фильтрующий элемент респиратора и получено уравнение движения воздуха через него во время дыхания.*

### THEORETICAL RESEARCH OF AIR CIRCULATION THROUGH RESPIRATOR FILTER INSERT

*Passing of laminar flow through the filter respirator element is researched. Equation of air movement through it when breathing is obtained.*

#### АКТУАЛЬНІСТЬ

Опір респіратору є важливою ергономічною характеристикою, від якої залежать додаткові затрати енергії організму людини при виконанні виробничих завдань. Для підтримки максимальної працездатності людини, яка користується протипиловим респіратором, на всьому проміжку робочої зміни, необхідно забезпечувати мінімальний додатковий опір диханню [1].

Величина опору повітряному потоку фільтрів залежить від режиму дихання і характеристик фільтрувального матеріалу: діаметру волокна, щільності упакування волокон, товщини фільтрувального шару. На сьогодні відомі теоретичні залежності, які дозволяють визначити перепад тиску на протипилових респіраторах, які отримані, виходячи з постійної швидкості фільтрування [2-4]. Однак, процес дихання – це переміщення деякого об'єму повітря із атмосфери в легені, а потім зворотно. У пер-

шому наближенні можна рахувати, що він здійснюється за законом гармонічних коливань [1]. Тому дослідження руху повітря через фільтрувальний елемент респіратору для визначення їх ергономічних і захисних властивостей є досить актуальною задачею.

#### ВИДІЛЕННЯ НЕВИРШЕНОЇ ПРОБЛЕМИ

Для більшості пористих фільтрів характерний режим в'язкого руху повітря, коли виконується основний лінійний закон фільтрування Дарсі при відсутності масових сил, можна записати основне векторне співвідношення [5]

$$u = -\frac{k}{\mu} \text{grad} p, \quad (1)$$

де  $k$  – проникненість пористого середовища;  
 $\mu$  – динамічна в'язкість повітря,  
 $p$  – перепад тиску;

$u$  – швидкість руху повітря.

Із рівняння (1) можна отримати для компонентів швидкості за осями  $x$ ,  $y$ ,  $z$  основні формули

$$u = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad v = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y}, \quad w = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial z}.$$

Вихідні дані закону Дарсі використовують для дослідження опору фільтрувальних елементів за двома різними напрямками. У першому випадку фільтр представляють як пористе тіло з системою взаємопов'язаних каналів. Для розрахунку опору досліджується рух повітря в цих каналах. Важливим елементом розрахунку є визначення розмірів пор, для цього вводиться поняття гідравлічного радіусу.

У другому випадку модель фільтра являє собою систему із відокремлених волокон. В такому випадку загальний опір дорівнює сумі опорів всіх волокон в об'ємі фільтрувального елемента. Вирішення цієї задачі базується на рівняннях Нав'є-Стокса.

Найбільш відомим виразом для визначення перепаду тиску, отриманим за першим підходом є класичне рівняння Козені-Кармана, що пов'яже проникненість і пористість фільтрувального шару [6]

$$\Delta p = \frac{22\mu\beta^2 Nu}{d_g^2 \varepsilon (1-\beta)^3},$$

де  $\beta$  – щільність упакування волокон;  
 $H$  – товщина фільтрувального шару;  
 $d$  – діаметр волокон;  
 $\varepsilon$  – пористість фільтра.

$$k = \frac{r^2 \varepsilon}{KT^2(1-\varepsilon)},$$

де  $r$  – еквівалентний радіус пор;  
 $T$  – кривизна каналів пір;  
 $K$  – константа.

Необхідно зауважити, що існує безліч інших формул, які виражають пористість з параметрами фільтрувального шару. Наприклад, рівняння Девіса, для волокнистих

фільтрів, щільність яких знаходиться в діапазоні від 0,006 до 0,3 [7]

$$\Delta p = \frac{16\mu\mu H}{d^2 \varepsilon} \beta^{1.5} (1 + 56\beta^3).$$

Однак, всі підходи об'єднують вирішення рівняння при сталому русі повітря та невисоких швидкостях, коли можна знехтувати інерційними складовими. Тому виникає задача у визначенні зміни перепаду тиску на респіраторі при коливальному русі повітряного потоку через фільтр респіратора.

## ВИКЛАДЕННЯ ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ

До процесу дослідження ламінарного фільтрування газу у пористому середовищі використовують основні рівняння руху Нав'є-Стокса. Однак, навіть в простому випадку при обтіканні безлічі циліндричних волокон пряме інтегрування цих рівнянь навіть при нехтуванні інерційними силами не можливе. Тому деякими дослідниками було запропоновано використовувати рівняння гідродинаміки у формі Ейлера з урахуванням фіктивних масових сил опору Жуковського [8]. Рівняння Ейлера при нехтуванні проекціями абсолютного прискорення матимуть вигляд

$$\begin{cases} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = X - X_0; \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = Y - Y_0; \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = Z - Z_0, \end{cases} \quad (2)$$

де  $\rho$  – щільність повітря;

$X$ ,  $Y$ ,  $Z$  – компоненти масової сили, під дією яких газ рухається;

$X_0$ ,  $Y_0$ ,  $Z_0$  – фіктивні сили опору руху газу.

Відповідно до гіпотези Жуковського, що фіктивні сили залежать від швидкості фільтрування  $u$ , динамічній в'язкості  $\mu$ , проникненості пористого середовища  $k$ , і щільності газу  $\rho$  [8]

$$X_0 = \frac{\mu v}{k\rho}; Y_0 = \frac{\mu u}{k\rho}; Z_0 = \frac{\mu \varpi}{k\rho}.$$

Тоді рівняння (2) будуть мати вигляд

$$\begin{cases} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = X - \frac{\mu v}{k\rho}; \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = Y - \frac{\mu u}{k\rho}; \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = Z - \frac{\mu \varpi}{k\rho}. \end{cases} \quad (3)$$

Ці рівняння з рівнянням нерозривності дозволяють повністю описати процес руху газу через пористе середовище

$$\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial \varpi}{\partial z} + m \frac{\partial p}{\partial t} = 0, \quad (4)$$

де  $m$  – пористість фільтрувального матеріалу;

$t$  – час роботи фільтра.

За умови, що відома функція  $\rho = f(\varphi)$ , яка пов'язує щільність газу з тиском, то рівняння (3) представимо у вигляді

$$\begin{cases} v = \frac{k\rho}{\mu \left( X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \right)}; \\ u = \frac{k\rho}{\mu \left( Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \right)}; \\ \varpi = \frac{k\rho}{\mu \left( Z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \right)}. \end{cases} \quad (5)$$

Вносячи до рівняння (4) вирази (5) отримаємо загальне рівняння ламінарного фільтрування у пористому середовищі

$$\nabla^2 \left( \frac{k\rho}{\mu} P \right) = m \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla^2 \left( \frac{k\rho^2}{\mu} F \right), \quad (6)$$

де  $F$  – вектор результуючої сили, яка діє на газ.

Враховуючи, що процес дихання повітря переміщується тільки по осі  $Y$ ,  $X = 0$ ;  $Z = 0$ , то рівняння (6) запишемо у вигляді

$$\frac{k\rho}{\mu} \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = m \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{k\rho^2}{\mu} Y.$$

Враховуючи, що  $\rho = const$ ,  $\mu = const$ , отримуємо вираз

$$k \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = m \frac{\partial p}{\partial t} + kY. \quad (7)$$

Процес дихання в першому приближенні можна описати гармонійним законом, тоді горизонтальна сила, яка змушує переміщати повітря через респіратор запишемо у вигляді

$$Y = 0,5R_0 V_D \sin \omega t, \text{ або } Y = 0,5R_0 V_D e^{i\omega t},$$

де  $R_0$  – початкове значення опору чистого фільтрувального матеріалу, кг/(м/с<sup>2</sup>);

$V_D$  – об'єм повітря при вдиханні або видиханні, м<sup>3</sup>;

$\omega$  – частота пульсацій, 1/с.

Рівняння (7) буде мати вигляд

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{k}{m} \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} - 0,5kR_0 V_D e^{i\omega t}.$$

Граничні умови мають вигляд

$$p(x,0) = 0, \quad 0 < x < l; \quad p(0,t) = 0,$$

$$p(l,t) = At, \quad 0 < t < \infty.$$

Рішенням цього рівняння відповідно до Г. Лемба є [9]

$$p(y,t) = \frac{i0,5kR_0 V_D}{\omega} \left[ 1 - \frac{ch(1+i)\kappa(l-y)}{ch(1+i)\kappa l} \right] e^{i\omega t},$$

$$\text{де } \kappa = \sqrt{\frac{\omega k}{2m}}.$$

Якщо відкинемо уявну частину, то отримаємо

$$p(y,t) = \frac{0,5kR_0V_D}{\omega} \sin \omega t + \frac{0,5kR_0V_D}{\omega} e^{-ky} \sin(\omega t - ky).$$

Результат розрахунків показує, що весь об'єм повітря, який коливаючись проходить, через фільтрувальний матеріал можна представити, як матеріальну точку при цьому вплив в'язкості майже незамінний.

## РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

В якості числового прикладу, візьмемо респіратор «Лепесток», розмір, якого складає  $l = 200$  мм. Виготовлений цей виріб із волокнистого фільтрувального матеріалу «Елефлен» щільність упакування волокон складає  $k = 0,08$ , середній діаметр волокон 2,5 мкм, товщина фільтрувального шару  $H = 0,005$  м. Пористість фільтрувального матеріалу, яка виражає долю вільного від волокон об'єму можна визначити

$$m = 1 - k.$$

Початковий опір повітряному потоку, який відповідає витраті повітря 30 л/хв., складає 18 Па. Для забезпечення вказаної витрати повітря частота дихання складає 8 цикл/хв, об'єм дихання 1500 мл.

На рис. 1, 2 наведена залежність перепаду тиску на респіраторі від часу дихання, при різній витраті повітря  $V_D$ .

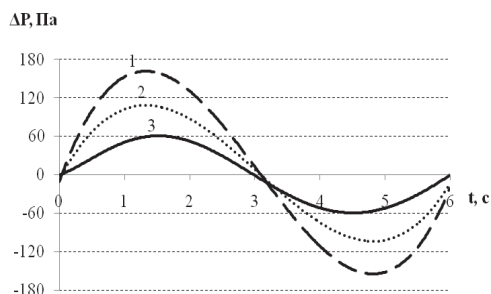


Рис. 1. Залежність перепаду тиску на респіраторі від часу дихання при витраті повітря: 1 – 90 л/хв; 2 – 60 л/хв; 3 – 30 л/хв

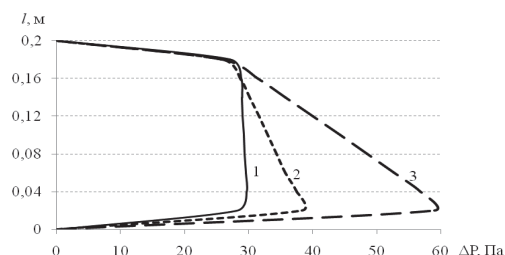


Рис. 2. Перепад тиску на респіраторі за висотою респіратора при різній витраті повітря: 1 – 30 л/хв; 2 – 60 л/хв; 3 – 90 л/хв

Збільшення витрати повітря призводить до нерівномірного розподілу тиску на респіраторі. Таке явище дійсно має місце, оскільки в процесі дихання, особливо зі збільшенням фази вдихання, деяка частина фільтрувальної півмаски може прилипати до обличчя і тим самим виключатись із процесу. Це підтверджується експериментальними дослідженнями [10] і даними з визначення ефективної площі фільтрів після заповнення (рис. 3), з різним ступенем заповнення ділянок півмаски.



Рис. 3. Вигляд респіратора після заповнення

У зв'язку з цим цікавим є дослідження зміни перепаду тиску від параметру  $k$ , який впливає, як раз на нерівномірність розподілу перепаду тиску за висотою півмаски (рис. 4). Цей параметр  $k$ , як і перепад тиску найбільше залежить від щільно-

сті упаковки волокон. Зі збільшенням останньої він буде зростати (рис. 5, 6). Аналізуючи, залежності на (рис. 4, 5) бачимо, що існує оптимальна величина щільності упаковки волокон фільтрувального матеріалу при якій можна забезпечити рівномірний розподіл тиску за висотою респіра-  
тора.

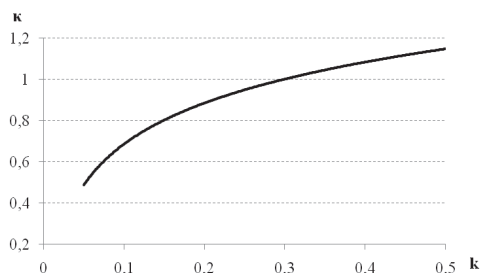


Рис. 4. Залежність параметру  $k$  від щільності упаковки волокон  $k$

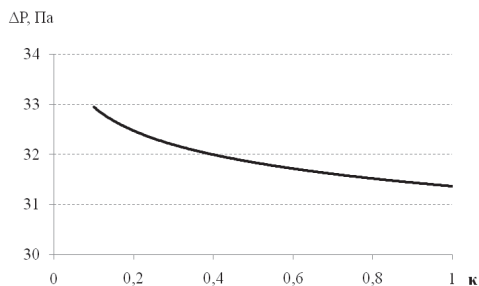


Рис. 5. Залежність перепаду тиску від параметру  $k$

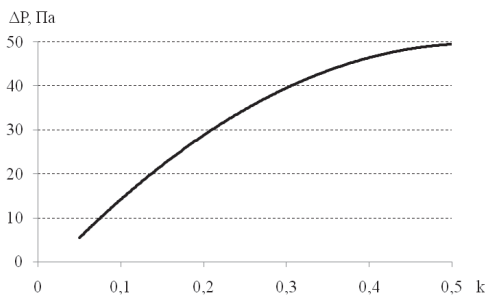


Рис. 6. Залежність перепаду тиску від щільності упаковки волокон

## ВИСНОВКИ

Розглянута теорія проходження ламінарного повітряного потоку через пористий матеріал. Визначено рівняння руху повітря через фільтр респіратора під час дихання. Теоретично досліджено зміну перепаду тиску від часу дихання та висотою фільтрувальної півмаски. Встановлено, що розподіл тиску на фільтрі, зі збільшення фази вдихання, нерівномірний. Визначений вплив на розподіл тиску параметру  $k$ , що дозволяє зробити висновок про існування такої щільності упаковки волокон, яка забезпечить рівномірність розподілу повітряного навантаження за висотою респіра-  
тора.



## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Грачев, В.А. Средства индивидуальной защиты органов дыхания (СИЗОД) [Текст]: учеб. пособие / В.А. Грачев, С.В. Собиурь. – М.: Пожнзна, 2006. – 288 с.
2. Каминский, С.Л. Основы рациональной защиты органов дыхания на производстве [Текст]: учеб. пособие / С.Л. Каминский – СПб.: Проспект Науки. – 2007. – 208 с.

3. Басманов, П.И. Средства индивидуальной защиты органов дыхания [Текст]: справочное руководство / П.И. Басманов, С.Л. Каминский, А.В. Коробейников, М.Е. Трубицына – СПб.: ГИПП «Искусство России», 2002. – 399 с.
4. Ужов, В.Н. Очистка промышленных газов фильтрами / В.Н. Ужов, Б.И. Мягков. – М.: «Химия», 1970. – 320 с.

5. Шейдеггер, А.Э. Физика течения жидкостей через пористые среды / А.Э. Шейдеггер. – М.: ГНТИНЛ, 1960. – 348 с.

6. Спурный, К. Аэрозоли [Текст]: пер. с чешск. Н.В. Рябова, К.Н. Стася / под ред. К.П. Маркова, М.Н. Пчельникова / К. Спурный, Ч. Йех, Б. Седлачек, О Шторх. – М.: Атомиздат, 1964. – 359 с.

7. Уайт, П. Высокоэффективная очистка воздуха [Текст]: пер. с англ. Б.И. Мягкова, В.Г. Лапенко / П. Уайт, С. Смит. – М.: Атомиздат, 1967. – 310 с.

8. Лейбензон, Л.С. Движение природных жидкостей в пористой среде / Л.С. Лейбензон. – М.: ОГИЗ, 1947. – 244 с.

9. Лэмб, Г. Гидродинамика [Текст] / Г. Лэмб/ под ред. Селезкина Н.А. – М.: ОГИЗ, 1947. – 929 с.

10. Голинько, В.И. Оценка влияния конструкции полумаски одноразовых респираторов на их основные

показатели / В.И. Голинько, С.И. Чеберячко, В.В. Плехотник // Науковий вісник НГУ. – 2008. – № 7. – С. 69-73.

## ПРО АВТОРІВ

Чеберячко Сергій Іванович – к.т.н., доцент кафедри аерології та охорони праці Національного гірничого університету.

Яворська Олена Олександрівна – к.т.н., доцент кафедри аерології та охорони праці Національного гірничого університету.

Чеберячко Юрій Іванович – к.т.н., доцент кафедри аерології та охорони праці Національного гірничого університету.